

# Modelo dinámico de transmisión planetaria: reparto de carga en presencia de errores de excentricidad

M. Iglesias Santamaría, A. Fernández del Rincón, P. García Fernández,  
A. de Juan de Luna, A. Díez Ibarbia, F. Viadero Rueda<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Dpto. de Ingeniería Mecánica. Universidad de Cantabria. fernando.viadero@unican.es

---

*La eficacia de las transmisiones planetarias está condicionada por la igualdad de reparto de carga que se alcanza entre cada una de las ramas en las que se divide la potencia transmitida. Las dos causas aceptadas como fuente mayoritaria de reparto de carga desigual son los errores en el posicionamiento de los planetas y la excentricidad de las ruedas. Existen diversas soluciones que permiten mejorar el reparto de carga entre planetas, como por ejemplo el uso de configuraciones con un miembro central flotante o con anillo flexible.*

*En esta contribución se emplea un modelo dinámico de transmisión mediante engranajes desarrollado por los autores, y utilizado con éxito para simular el efecto de grietas y pitting sobre diversas variables de engrane en transmisiones ordinarias. Dicho modelo fue ampliado para hacer posible la inclusión de engranajes interiores, extendiéndose la plataforma de modelizado hasta abarcar el simulado estático del comportamiento de transmisiones planetarias, incluyendo la presencia de defectos de posicionamiento.*

*El modelo de transmisión planetaria que se presenta en este trabajo, evolución del anterior, permite estudiar el comportamiento de la transmisión en régimen dinámico. Se aplica este modelo al estudio del reparto de carga de una transmisión ejemplo en presencia de errores de excentricidad en los planetas. Se realiza además una valoración de los resultados obtenidos, comparando el efecto de los errores de excentricidad con el causado por los errores de posicionamiento.*

---

## 1. Introducción

Una de las ventajas fundamentales que las transmisiones planetarias presentan frente a las alternativas más convencionales es su compacidad. Para elevados niveles de par, una posibilidad de diseño de transmisión mecánica mediante engranajes es el aumento del tamaño de las ruedas, ensanchándolas y ampliando por lo tanto su capacidad de carga. Esto no siempre es práctico o posible, y una mejor solución plantea la posibilidad de dividir la carga en un cierto número de ramas o vías, repartiendo así la potencia entre varios piñones. De esta manera, la carga por unidad de ancho de diente permanece constante, mientras que el par total transmitido se multiplica.

Por otra parte, los engranajes planetarios presentan simetría axial, con los planetas equiespaciados angularmente. Esta combinación de factores resulta en que las componentes radiales de las fuerzas de engrane sobre los elementos centrales (portasatélites, sol y anillo) se anulan entre sí, teniendo como consecuencia final que los esfuerzos sobre los apoyos son teóricamente inexistentes, y en cualquier caso mucho menores que en una transmisión ordinaria. Además, esto permite que dichos elementos centrales puedan prescindir de soporte radial, flotando libremente alrededor de su posición de montaje y absorbiendo con este desplazamiento parte de las consecuencias que los errores y defectos de fabricación y montaje tienen sobre la transmisión.

Los fallos en engranajes planetarios suelen estar asociados a fatiga de los dientes por flexión y fatiga en la corona (especialmente cuando ésta se diseña con baja rigidez). También presentan fallos por picaduras debido a la fatiga superficial de contacto y diversos problemas relacionados con los rodamientos de los planetas [1]. Estos problemas en ocasiones se ven agravados debido a que los engranajes montados en transmisiones planetarias a menudo han sido diseñados utilizando criterios propios de engranajes externos de transmisiones ordinarias, obviando las condiciones especiales de funcionamiento de los planetarios. Las transmisiones planetarias presentan un comportamiento dinámico distinto del asociado a las transmisiones ordinarias, por lo que las tensiones y los factores de amplificación dinámica a utilizar en el diseño de los engranajes para transmisiones planetarias han de diferir de aquellos empleados en el diseño de transmisiones ordinarias. Se justifica de esta manera la necesidad de investigación en el campo de las transmisiones planetarias, que se ha centrado desde sus

orígenes en las acciones experimentales de medida de las señales vibratorias [2], así como en el desarrollo de modelos que sean capaces de proporcionar información sobre el comportamiento sin necesidad de medición. La existencia y mejora progresiva de herramientas capaces de modelar y simular el comportamiento dinámico de dichas transmisiones [3], tiene el potencial de permitir un proceso de diseño más rápido y seguro, ahorrando en costes de prototipado y ensayo, llegando a la solución óptima en un menor número de etapas.

En condiciones ideales, cada uno de los piñones (planetas) entre los que se divide la carga en una transmisión planetaria transmite la misma potencia que los demás. Sin embargo, en los sistemas reales existen inevitables desviaciones, debidas a errores de fabricación y tolerancias, que provocan que la potencia no sea repartida de manera equitativa entre cada uno de los diferentes planetas. Esta diferencia en el reparto de la carga deriva en problemas de fiabilidad (valores de carga por ancho de diente mayores que los nominales) y en un peor comportamiento dinámico. El problema del reparto de carga en transmisiones planetarias se ha planteado y discutido en numerosas publicaciones, tanto desde un punto de vista experimental [4, 5], como de manera más frecuente siguiendo enfoques de modelado de transmisiones. Este último grupo de publicaciones aborda el estudio del reparto de carga mediante la utilización de modelos que van desde los más sencillos de tipo analíticos [6], hasta modelos complejos con técnicas híbridas de elementos finitos y formulaciones analíticas [7].

Es sencillo encontrar en la literatura numerosas referencias que tratan sobre el comportamiento de trenes planetarios en presencia de defectos, especialmente en el último período de auge del modelizado computacional de transmisiones. Un gran porcentaje de los trabajos publicados se apoya en el estudio del reparto de carga entre las distintas vías de la transmisión planetaria, analizando las causas y defectos por los que no se produce un reparto equitativo, y proponiendo soluciones o herramientas para predecir la cuantía del desequilibrio [6]. Se acepta en general que las transmisiones con 3 planetas son las que presentan una mejor capacidad de reparto de carga. La opción de configurar la transmisión con un miembro central flotante es la solución que proporciona unos mejores resultados de cara a la absorción de desviaciones, errores de fabricación y montaje, reduciendo el desequilibrio en el reparto de carga. Las dos causas aceptadas como fuente mayoritaria de reparto de carga desigual están íntimamente relacionadas con las tolerancias de fabricación y montaje, y son los errores en el posicionamiento de los planetas [8] y la excentricidad de las ruedas [9].

## 2. Modelo de transmisión planetaria mediante engranajes

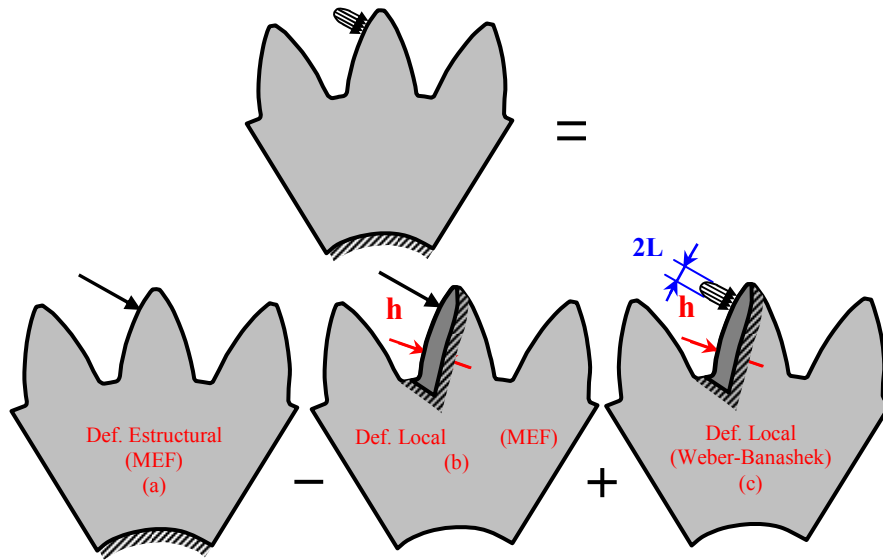
El modelo de transmisión empleado en este trabajo se describe con detalle en [10], por lo que a continuación se repasan las características y enfoques fundamentales empleados en las tres facetas primordiales del modelizado: el tallado de perfiles, la localización de los puntos de contacto y su distancia de separación, y por último la determinación de las fuerzas de contacto.

En este modelo la generación del perfil de los engranajes externos se hace mediante el uso de herramientas de tallado, a partir del enfoque vectorial propuesto por Litvin [11]. Este procedimiento aporta un elevado grado de realismo al modelo, al definir los engranajes analíticamente de manera análoga al proceso industrial por el que son fabricados. Además, la definición mediante tallado de las ruedas proporciona una gran versatilidad, siendo posible la generación de engranajes corregidos, y permitiendo también contemplar cuestiones como el socavamiento y el sobrecorte. Con el fin de evitar la singularidad de contactos en aristas se añade un redondeo en la punta de los dientes según el planteamiento de Vedmar [12].

El siguiente hito a alcanzar en el modelizado, una vez definida la geometría de las ruedas, es la localización de los puntos de contacto y el cálculo de las distancias de separación entre los mismos. En este modelo, al estar los perfiles definidos de forma puramente analítica, es posible definir un procedimiento también analítico, que proporcione de manera exacta tanto la localización de los puntos potenciales de contacto como la separación entre dichos perfiles. Para ello se define el contacto en la línea de transmisión, sobre la cual se medirán dichas distancias de separación (o “solapamientos geométricos”). Se evita así la introducción de procesos numéricos en el algoritmo, que sin duda incrementarían el esfuerzo computacional dedicado a simular el proceso de engrane, además de mejorar en precisión.

Para la determinación de las fuerzas de contacto, se recurre a la relación existente entre éstas y las deformaciones producidas. Se plantea un sistema no-lineal de ecuaciones sujeto a ciertas condiciones, a partir del cual se calculan las fuerzas de contacto para una posición determinada de las ruedas. Es por lo tanto necesario obtener primero la relación entre deformaciones y fuerzas. Para ello, se utilizará un método derivado del propuesto por Andersson [13]. Este método aplica un procedimiento similar al descrito por Vijayakar [14] para la formulación de los esfuerzos de contacto. Siguiendo el trabajo previo de Vedmar [12] para el caso estático, los desplazamientos fruto de la deformación de los puntos en contacto se obtienen como la composición de dos términos diferenciados; uno global (en adelante estructural) y otro local. El primero se refiere a la deformación lineal en el campo alejado de la zona de contacto, fruto de la flexión y cortante en el diente y de la torsión del

cuerpo de la rueda. El segundo término (local), describe el comportamiento de los perfiles en cuanto a su deformación no-lineal de contacto, en la zona cercana al mismo.



**Figura 1:** Superposición de problemas para el cálculo de la deformación

En definitiva el método se reduce a aplicar el principio de superposición a los tres problemas independientes que se muestran en la Figura 1, teniendo en cuenta el teorema de Saint-Venant para cargas estáticamente equivalentes: a distancias suficientemente grandes del punto de aplicación, las diferencias entre sus efectos son despreciables. De esta manera, se establece una frontera a una distancia  $h$  en torno a la que se compatibilizarán los dos tipos de deformación considerada: local y estructural. Así, el cálculo de la deformación estructural se resuelve mediante la aplicación de técnicas MEF, cargando de manera puntual en la zona de contacto potencial. Como los resultados obtenidos mediante el modelo de elementos finitos bajo estas condiciones de carga únicamente son válidos en las zonas alejadas del punto de aplicación de la fuerza, es preciso introducir una corrección para los puntos cercanos. Esto se consigue superponiendo a dichos resultados los obtenidos mediante la resolución del problema recíproco en la zona cercana al contacto (profundidad  $< h$ ), tal como se muestra en los términos 1 y 2 de la Figura 1. Una vez se tiene la deformación estructural como composición de estos dos términos, finalmente se añade la deformación local en el dominio cercano a la zona de contacto (Ecuación 1), calculada mediante la aplicación de una formulación analítica no-lineal en forma cerrada, derivada de la teoría de Hertz. Esta formulación se presenta en la Ecuación 2 y es función de los parámetros profundidad  $h$  y longitud de la zona de contacto  $L$ .

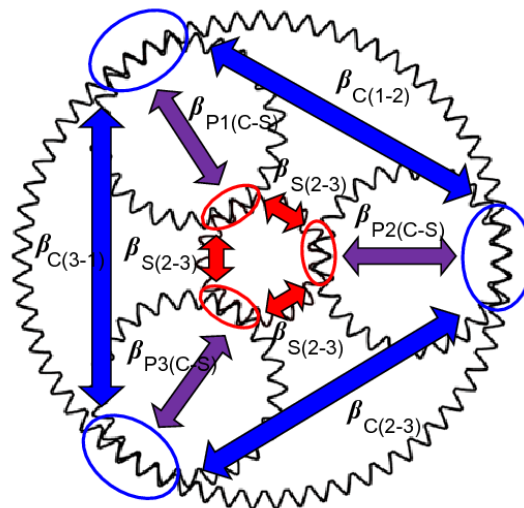
$$u_{Tj} = u_{Local}^{R1}(F_j) + u_{Local}^{R2}(F_j) + u_{Estructural,j}^{R1}(F_{1:N}) + u_{Estructural,j}^{R2}(F_{1:N}) \quad (1)$$

$$u_{local}(q) = \frac{2(1-\nu^2)}{\pi E} q \left[ \ln \left( \frac{h}{L} + \sqrt{1 + \left( \frac{h}{L} \right)^2} \right) - \frac{\nu}{1-\nu} \left( \frac{h}{L} \right)^2 \left( \sqrt{1 + \left( \frac{h}{L} \right)^2} - 1 \right) \right] \quad (2)$$

El uso de este planteamiento a la hora de calcular las fuerzas de contacto plantea una serie de ventajas. Normalmente, el tamaño de la zona de contacto entre engranajes ( $2L$ ) es dos órdenes de magnitud más pequeño que el tamaño de los dientes, lo que supone la necesidad de disponer una malla extremadamente fina en dicha zona de contacto, cuando el problema se pretende resolver aplicando el MEF. Además, dado que la zona de contacto se va desplazando durante el proceso de engrane a lo largo del flanco de los dientes, la situación de este mallado fino ha de ser reubicada para cada posición de cálculo. Con el enfoque híbrido empleado en este trabajo, en el que las deformaciones locales se calculan de manera analítica y el modelo de elementos finitos se utiliza para obtener la deformación en un dominio lejano al contacto, no es necesario un alto grado de refinamiento de la malla en dicha zona, ni tampoco remallar para cada posición, reduciéndose enormemente el coste computacional.

### 2.1. Acoplamiento de deformaciones entre engranes

El procedimiento de obtención de flexibilidades mediante el MEF relativo a la deformación del diente que se ha descrito en los párrafos anteriores se generaliza en este modelo de tal manera que la relación entre fuerza y deformación no sólo considere la rigidez de engrane debida a la flexibilidad del diente individual, sino que tenga en cuenta también la deformación del cuerpo de la rueda. Dicha inclusión de la flexibilidad del cuerpo de la rueda, además de una mejora en el tratamiento individual del engrane entre una pareja de dientes, tiene como consecuencia el acoplamiento de las rigideces entre dientes adyacentes. Sin embargo, desde un punto de vista descriptivo del modelo, es preciso añadir que en el caso del modelizado de transmisiones planetarias, la consideración de este acoplamiento conlleva una complejidad añadida. Ésta deriva del hecho de que sobre una misma rueda se producen de manera simultánea múltiples engranes: en el caso de los planetas, se tienen siempre dos engranes diametralmente opuestos con sol y corona, mientras que sobre el sol y la corona engranan todos los planetas. Por lo tanto, de cara al cálculo de las fuerzas de contacto, la deformación del cuerpo de las ruedas producirá un acoplamiento no sólo entre los  $N$  puntos de contacto potencial de cada engrane, sino que también existirá un acoplamiento en la flexibilidad entre cada engrane. Tal como se muestra en la Figura 2, existirá una flexibilidad  $\beta_{Pi(C-S)}$  para el acoplamiento entre cada engrane de un planeta a través de la deformación de dicho planeta, así como una  $\beta_{C(i+1)}$  y  $\beta_{S(i+1)}$  para el acoplamiento a través de las deformaciones de los cuerpos de la corona y el sol respectivamente, que el modelo presentado contempla.



**Figura 2:** Acoplamiento entre engranes múltiples en las ruedas

## 3. Integración del modelo dinámico

La integración de los distintos elementos considerados en un modelo dinámico completo de transmisión planetaria se realizó considerando un modelo plano de parámetros concentrados. La extensión del modelo de análisis cuasiestático inicial a un modelo con capacidades dinámicas supuso la formulación de las ecuaciones correspondientes, siendo necesario incluir en el modelo dinámico los fenómenos disipativos, como el rozamiento y amortiguamiento. En la literatura es difícil encontrar trabajos que recojan de manera sistemática y global la modelización de cada uno de los mecanismos de pérdidas existentes en una transmisión mediante engranajes. Estos efectos disipativos se pueden clasificar según su dependencia de la carga en pérdidas por fricción, rodadura y deformación (dependientes) y pérdidas relacionadas con el movimiento de la masa del conjunto fluido refrigerante/aire (independientes). De acuerdo con Höhn [15], la fricción predomina sobre la rodadura como mecanismo disipativo, justificando el mayor interés sobre este aspecto de la modelización. Desde el punto de vista de la excitación del sistema, la fricción tiene además una importancia adicional sobre el comportamiento dinámico del sistema: no sólo la fuerza de rozamiento actúa desalineada respecto al ángulo de presión, sino que incluye además un cambio brusco en su sentido de aplicación cuando la zona de contacto pasa por el punto primitivo.

En el modelo utilizado en este trabajo se prestó especial atención por tanto a las fuerzas de rozamiento, así como al amortiguamiento debido a la deformación del sólido y al producido por el desplazamiento del fluido lubricante en la zona de contacto. La modelización de los esfuerzos de fricción podría reducirse a la implementación de un

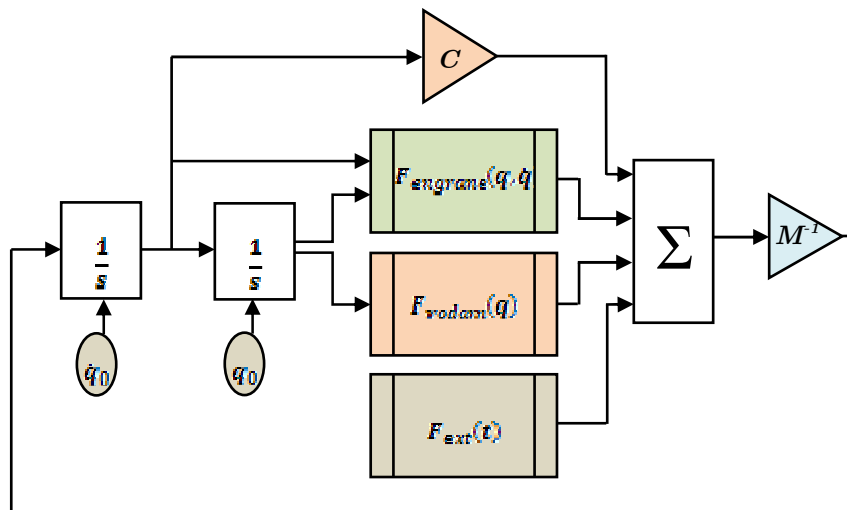
modelo de Coulomb, en el que las fuerzas de contacto en cada punto potencial se multipliquen por el coeficiente de rozamiento correspondiente. Sin embargo, hay ciertas consideraciones relativas a los engranajes que han sido tomadas en cuenta en el presente modelo. El movimiento relativo de rotación y deslizamiento entre perfiles de evolvente y las características geométricas de los mismos hace que el coeficiente de rozamiento deba tomar un valor nulo en el paso por el punto primitivo, donde además se invierte el sentido de las fuerzas de rozamiento. Por otro lado, la existencia de lubricante modifica las características del coeficiente de rozamiento de Coulomb, por lo que parámetros y variables tales como la velocidad de deslizamiento, la viscosidad del lubricante, la magnitud de la carga y la rugosidad superficial inciden simultáneamente sobre el fenómeno disipativo. En el modelo implementado, todos estos factores han sido incluidos en el cálculo del valor del coeficiente de rozamiento.

### 3.1. Implementación del modelo en el entorno SIMULINK

La obtención de los esfuerzos de contacto en los rodamientos (cuyo cálculo se detalla en [11]) así como las fuerzas de engrane (incluyendo contacto, amortiguamiento debido al lubricante y rozamiento entre flancos) han sido implementados en diversas funciones en el entorno MATLAB®, para su posterior integración en la herramienta SIMULINK®. Las ecuaciones del movimiento se reformulan para su implementación y resolución numérica como:

$$\ddot{q} = [M]^{-1} (F_{\text{ext}}(t) - [C]\dot{q} - F_{\text{rodam}}(q) - F_{\text{engrane}}(q, \dot{q})) \quad (3)$$

Donde se ha despejado la aceleración de manera que sea posible construir el sistema de ecuaciones en forma de diagrama de bloques, tal como requieren las herramientas de integración de la plataforma elegida. El esquema del problema modelizado queda por lo tanto representado en el diagrama mostrado en la siguiente Figura 3.



**Figura 3:** Diagrama de bloques de la implementación en SIMULINK de la transmisión planetaria modelizada

## 4. Comportamiento dinámico: reparto de carga

El modelo dinámico se ha aplicado al estudio del reparto de carga y otra serie de variables de estudio del comportamiento de una transmisión planetaria, prestando una atención especial a la influencia que sobre dicho comportamiento tienen los errores de posicionamiento de los planetas y su excentricidad. La excentricidad (run out) se produce cuando existe un desplazamiento del centro geométrico de la rueda respecto a la posición de su centro de giro, o eje sobre el que la rueda va montada. Analizando su definición, se puede asimilar el error de excentricidad del planeta, desde un punto de vista cinemático, a un error de posicionamiento que varía armónicamente en sus dos componentes con la posición angular de la rueda. Así, la implementación de la excentricidad presenta una única complejidad añadida sobre la del error de posicionamiento, como es la combinación armónica de sus dos componentes tangencial y radial, según la rotación del planeta en cada instante. El modelo empleado para las simulaciones presentadas en este trabajo es el de una transmisión planetaria con una sola etapa, basado en una reductora real para maquinaria agrícola. En la tabla 1 se muestran

algunos de los parámetros más significativos de la misma. La transmisión consta de tres planetas igualmente espaciados, siendo el desfase entre los engranes de un planeta con los del siguiente de  $2\pi/3$  radianes.

**Tabla 1:** Parámetros de la transmisión

|                                | <b>Sol</b> | <b>Planeta</b> | <b>Corona</b> |
|--------------------------------|------------|----------------|---------------|
| Dientes                        | 16         | 24             | 65            |
| Modulo                         | 4.23 mm    | 4.23 mm        | 4.23 mm       |
| Ancho de rueda                 | 25 mm      | 25 mm          | 25 mm         |
| Angulo de presión (cremallera) | 25°        | 25°            | 25°           |
| Addendum (cremallera)          | 1.35m      | 1.35m          | -             |
| Deddendum (cremallera)         | 1.15m      | 1.25m          | -             |
| Redondeo punta (cremallera)    | 0.05m      | 0.05m          | -             |
| Redondeo base diente           | -          | -              | 0.05m         |
| Redondeo punta (rueda)         | 0.05m      | 0.05m          | 0.05m         |
| Radio eje                      | 20 mm      | 20 mm          | 156.4 mm      |
| Modulo elástico                | 207 Gpa    |                |               |
| Coef. Poisson                  | 0.3        |                |               |

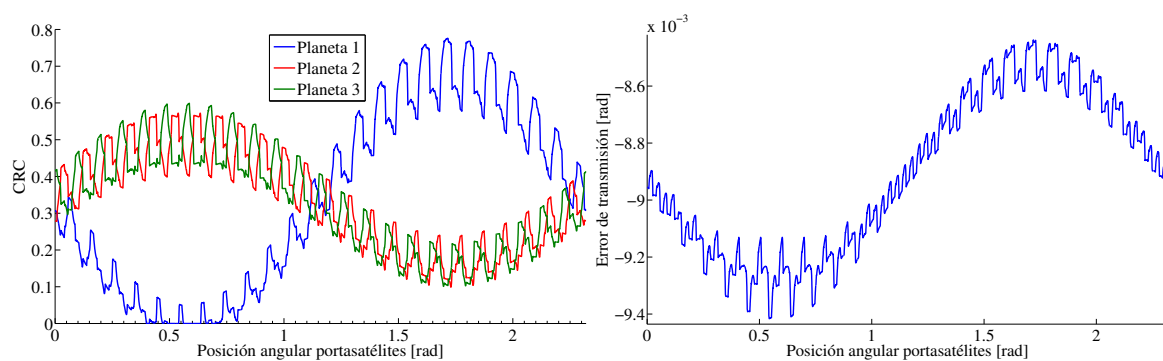
Se ha definido el reparto de carga como la relación existente entre el par generado en el sol por cada uno de los engranes con los planetas y el par total de entrada. De esta manera se tienen tres coeficientes de reparto de carga CRC, uno para cada planeta, como:

$$CRC_i = \frac{T_{engrane(P_i-S)}}{T_{ext}} \quad (4)$$

Se estudian por separado las dos condiciones de funcionamiento determinantes en el comportamiento del CRC en presencia de errores, como son la disposición fija (todos los elementos centrales se encuentran restringidos en su traslación) y la disposición flotante, en la que uno de los elementos centrales tiene posibilidad de traslación.

#### 4.1. Sistema fijo

Se presenta en la Figura 4a) el coeficiente de reparto de carga para cada uno de los tres planetas de la transmisión, cuando se implementa un error de excentricidad de 20μm en el planeta 1 con el sistema fijo. Se puede apreciar la variación armónica en el comportamiento del CRC, que se corresponde con una fluctuación entre los valores extremos de las componentes de la excentricidad durante la rotación del planeta. En las zonas de máxima amplitud la desviación debida a la excentricidad se corresponde con un error de posicionamiento tangencial, con una gran incidencia sobre el reparto de carga, tal y como se detalla en [8]. Las zonas de mínima amplitud, donde los valores de los tres CRC coinciden, se corresponde por el contrario con aquellas posiciones del planeta defectuoso en las que la excentricidad es asimilable con un error de componente únicamente radial, con un efecto sobre los CRC hasta 40 veces menor que el producido por la componente tangencial.

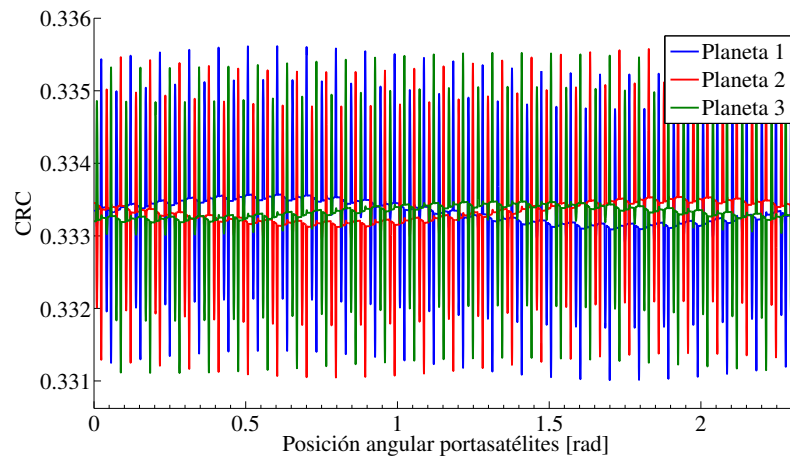


**Figura 4:** Exc=20μm, sol fijo, par -600Nm a) Reparto de carga entre planetas b) Error de transmisión

En la Figura 4b) se aprecian sobre el error de transmisión del sistema (medido en el sol) las mismas zonas en cuanto al efecto de la excentricidad: aquellas en las que dicho efecto es equivalente al del error radial (tanto positivo como negativo) así como una zona inferior, correspondiente al error tangencial negativo, y otra superior, correspondiente al error tangencial positivo, en ambas de las cuales se aprecian las similitudes naturales con la forma del error de transmisión con defecto de posicionamiento.

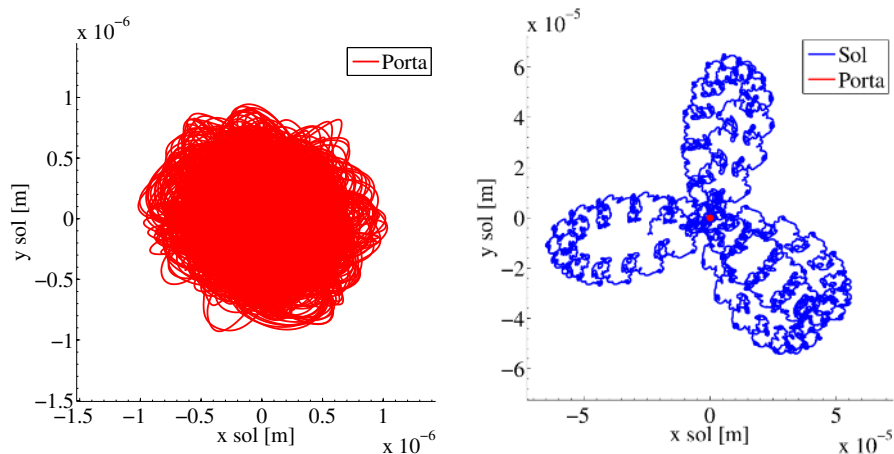
#### 4.2. Sistema flotante

Al introducir errores de posicionamiento en una configuración de planetario con sol flotante y carrier soportado por rodamientos, el CRC se iguala para todas las vías tal como se muestra en la Figura 5, aproximándose a un reparto prácticamente perfecto, salvo por aquellas zonas en las que se producen contactos fuera de la línea de acción. Estos contactos se corresponden con los contactos de los redondeos de punta de los dientes, en los que el ángulo de presión varía, rompiéndose la simetría del equilibrio triangular de fuerzas, lo que provoca una variación del CRC. El sol describe una órbita alrededor de su posición central, compensando el error de posicionamiento del planeta mediante el alejamiento o acercamiento al mismo según la dirección de la línea de acción.



**Figura 5:** Reparto de carga entre planetas. Sol flotante,  $\text{exc}=20\mu\text{m}$ , par  $-600\text{Nm}$

La diferencia fundamental entre las órbitas dinámicas del sol encontradas en una transmisión con un error de excentricidad (Figura 6) y otra con un error de posicionamiento puro tangencial, es que en el último caso la forma de la órbita es circular, mientras que en el primer caso se aprecia un aspecto lobular, debido a la escasa incidencia del error en su componente radial. Así, se reduce la amplitud de la órbita significativamente durante estas fases del giro.



**Figura 6:** Órbitas dinámicas del carrier y sol flotante y  $\text{exc}=50\mu\text{m}$  -  $\omega_{\text{sun}}=50\text{rad/s}$

## 5. Conclusiones

En este trabajo se presenta como contribución un modelo dinámico plano de transmisión planetaria de dientes rectos, con capacidades mejoradas sobre los modelos actualmente existentes. El modelo tiene especial aplicación para la simulación detallada del reparto de carga entre planetas en diversas situaciones, incluyendo errores de posicionamiento y excentricidad. El cálculo de las fuerzas de contacto, se realiza siguiendo un procedimiento

híbrido de elementos finitos y formulación analítica, e incluye en esta versión del modelo el acoplamiento entre las deformaciones de los distintos puntos de contacto, fruto de la torsión del cuerpo de la rueda.

Para la configuración flotante, en la que se permite al sol la traslación en torno a su posición de equilibrio, el coeficiente de reparto de carga se iguala entre las distintas vías, exceptuando las zonas en las que existen contactos fuera de la línea de acción, donde se pueden observar pequeñas alteraciones del CRC, con el máximo en una décima de punto porcentual. Se concluye que los efectos del error de excentricidad son comparables con la evolución armónica de un defecto de posicionamiento, a través de sus distintas componentes tangencial y radial, tanto positivas como negativas. La componente tangencial de la excentricidad tiene un gran impacto sobre el reparto de carga en configuraciones no flotantes, pudiendo suponer, para determinadas combinaciones de desviación y par, la descarga completa de una o más vías. El efecto de la excentricidad no se aprecia únicamente sobre el reparto de carga, sino que tiene una influencia significativa sobre la forma y amplitud del error de transmisión global, donde también son apreciables las distintas fases de componente tangencial positiva y negativa, así como radial.

La órbita descrita por el sol en el caso de trabajar con un error de excentricidad en uno de los planetas se caracteriza por su forma lobular, en la que se alternan las fases de componente tangencial con las de componente radial, éstas últimas de mucha menor incidencia. Las dimensiones máximas de la órbita se aproximan a la magnitud de la excentricidad introducida en el planeta.

## 6. Referencias

- [1] Ligata, H.: "Impact of System Level Factors on Planetary Gear Set Behavior", Ph.D. Thesis, Ohio State University, (2007).
- [2] Hidaka, T. et ál.: "Dynamic behavior of planetary gear (6th report: influence of meshing phase)", Bull. JSME 22 (169), 1026–1033, (1979).
- [3] Özgüven, H. N.; Houser, D. R.: "Dynamic analysis of high speed gears by using loaded static transmission error", Journal of Sound and Vibration, 125(1), pp. 71-83, (1988).
- [4] T. Hayashi, Y. Li, I. Hayashi, K. Endou, W. Watanabe, Measurement and some discussions on dynamic load sharing in planetary gears, Bulletin of the JSME 29(253) (1986), 2290–2297.
- [5] T. Hidaka, Y. Terauchi, Dynamic behavior of planetary gear - 1st report, load distributions in planetary gear, Bulletin of the JSME 19(132) (1976), 690–698.
- [6] A. Singh, Load sharing behavior in epicyclic gears: Physical explanation and generalized formulation. Mechanism and Machine Theory 45(3) (2010), 511–530.
- [7] V. Abousleiman, P. Velez, S. Becquerelle, Modeling of Spur and Helical Gear Planetary Drives With Flexible Ring Gears and Planet Carriers, Journal of Mechanical Design 129 (2007), pp. 95–106.
- [8] Iglesias, M. et ál.: "Planet position errors in planetary transmission: Effect on load sharing and transmission error", Frontiers of Mechanical Engineering, 8(1), pp. 80-87, (2013).
- [9] Gu, X.; Velez, P. A.: "On the Dynamic Simulation of Eccentricity Errors in Planetary Gears", Mechanism and Machine Theory, vol. 61, pp. 14-29, (2012).
- [10] Fernández, A., et ál., "A model for the study of meshing stiffness in spur gear transmissions", Mechanism and Machine Theory, 61, pp. 30-58, (2013).
- [11] Litvin, F. L.; Fuentes, A.: "Gear Geometry and Applied Theory", Second edition, Cambridge University Press., ISBN 0-521-81517-7, United Kingdom (2004).
- [12] Vedmar, L.: "On the design of external involute helical gears", Transactions of machine elements division, Lund Technical University, (1981).
- [13] Andersson, A.; Vedmar, L.: "A dynamic model to determine vibrations in involute helical gears", Journal of Sound and Vibration, 260(2), pp. 195-212, (2003).
- [14] Vijayakar, S.: "A combined surface integral and finite element solution for a three-dimensional contact problem", International Journal of Numerical Methods in Engineering, 31, pp. 525-545, (1991).
- [15] Höhn, B.: "Improvements on noise reduction and efficiency of gears", Meccanica; 45(3):425-37, (2010).